Evaluare Naţională 2020

Model **Test 5**

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

SUBIECTUL I

- **Se punctează doar rezultatul: pentru fiecare răspuns se acordă fie 5 puncte, fie 0 puncte.**

SUBIECTUL al II-lea și SUBIECTUL al III-lea

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea punctajului obţinut la 10.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	-23	**5p**
2.	$5\sqrt{2}$	**5p**
3.	-3	**5p**
4.	20	**5p**
5.	60	**5p**
6.	$\frac{1}{5}$	**5p**

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.	Desenează piramida patrulateră regulată. Notează baza *ROMB*.	**4p** **1p**
2.	$\frac{1}{1\cdot 2}=\frac{2-1}{1\cdot 2}=\frac{1}{1}-\frac{1}{2}$, $\frac{1}{2\cdot 3}=\frac{3-2}{2\cdot 3}=\frac{1}{2}-\frac{1}{3}$, ... $\frac{1}{2019\cdot 2020}=\frac{2020-2019}{2019\cdot 2020}=\frac{1}{2019}-\frac{1}{2020}$ Înlocuim în relația din ipoteză și, după reducerea termenilor, obținem $S=1-\frac{1}{2020}=\frac{2019}{2020}$.	**3p** **2p**
3.	Notăm cu x prețul inițial și cu y prețul după prima reducere; atunci $x-\frac{10}{100}\cdot x=y$ și $y-\frac{20}{100}\cdot y=108$. Din ultima relație obținem y = 135 lei, iar apoi din prima rezultă $x=150$ lei.	**2p** **3p**
4.	**a)** Observăm că $\overline{x7}=\overline{x6}+1$ și $\overline{x5}=\overline{x6}-1$. Prin înlocuire rezultă $n=\overline{x6}^2-1+1=\overline{x6}^2$, care este pătrat perfect pentru orice cifră nenulă x.	**2p** **3p**
	b) Prin calcul obținem $a=-\sqrt{2}$ și $b=1-\sqrt{2}$. Înlocuind, avem că: $(a-b)^{2020}=(-\sqrt{2}-1+\sqrt{2})^{2020}=(-1)^{2020}=1$.	**3p** **2p**

5.	Egalitatea din enunț se poate rescrie sub forma $\left(x-2\sqrt{2}\right)^2+\left(y-4\sqrt{2}\right)^2=0$.	**3p**
	Obținem $x=2\sqrt{2}$ și $y=4\sqrt{2}$, iar media geometrică a numerelor x și y este egală cu $\sqrt{x\cdot y}=\sqrt{16}=4$	**2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	**a)** Din *ABCD* paralelogram rezultă *AB* = *CD*, de unde *MB* = *DN* (jumătăți de segmente congruente), ceea ce împreună cu $MB \parallel DN$ conduce la faptul că *DNBM* este paralelogram.	**2p**
	Atunci diagonalele *MN* și *BD* se înjumătățesc, iar cum *O* este mijlocul lui *BD*, deducem că *O* este și mijlocul lui *MN*, deci *M*, *O* și *N* sunt coliniare.	**3p**
	b) În triunghiul *ADB*, *AO* și *DM* sunt mediane, concurente în *P*, deci *P* este centrul de greutate al triunghiului *ADB*, de unde $AP=\frac{2}{3}\cdot AO=\frac{2}{3}\cdot\frac{AC}{2}=\frac{AC}{3}$.	**2p**
	Analog, *Q* este centrul de greutate al triunghiului *CDB*, de unde $CQ=\frac{2}{3}\cdot CO=\frac{2}{3}\cdot\frac{AC}{2}=\frac{AC}{3}$.	**2p**
	Din $AC=AP+PQ+QC$ și relațiile de mai sus avem că $PQ=\frac{AC}{3}$, de unde *AP* = *PQ* = *QC*.	**1p**
	c) Fie *d* distanța de la punctul *D* la dreapta *AC*. Atunci $A_{DAP}=\frac{d\cdot AP}{2}=\frac{d}{2}\cdot\frac{AC}{3}=\frac{d\cdot AC}{6}$.	**2p**
	Diagonala *AC* împarte paralelogramul *ABCD* în două triunghiuri echivalente, de unde $A_{ABCD}=2\cdot A_{DAC}=2\cdot\frac{d\cdot AC}{2}=d\cdot AC$.	**2p**
	Atunci, prin înlocuire, raportul cerut este egal cu $\frac{1}{6}$.	**1p**
2.	**a)** Aplicând teorema lui Pitagora în triunghiul dreptunghic *ABC*, obținem $AC=10\sqrt{2}$ cm, de unde $AV^2+VC^2=100+100=200=AC^2$, ceea ce conduce la concluzia că unghiul *AVC* este drept.	**2p**
	În triunghiul *AVC* dreptunghic în *V*, *VO* este mediana corespunzătoare ipotenuzei, deci $VO=\frac{AC}{2}=5\sqrt{2}$ cm.	**3p**
	b) Fie $PH\perp(ABC)$, cu $H\in(ABC)$. Cum $VO\perp(ABC)$, deducem că $H\in(AO)$ și $PH \parallel VO$, de unde $\triangle APH\sim\triangle AVO$, deci $\frac{PH}{VO}=\frac{AP}{AV}$.	**2p**
	Din ipoteză știm că $\frac{VA}{VP}=4$, de unde $\frac{AP}{AV}=\frac{3}{4}$ și $PH=\frac{3}{4}\cdot VO=\frac{3}{4}\cdot 5\sqrt{2}=\frac{15\sqrt{2}}{4}$ cm.	**3p**

	c) Fie $HN \perp BC$, cu $N \in BC$. Cum $PH \perp (ABC)$ și $HN \perp BC$, deducem că $PN \perp BC$.	**1p**
	Din OM linie mijlocie în triunghiul CAB deducem că $OM \parallel AB$, ceea ce împreună cu $HN \perp BC$ conduce la $HN \parallel OM$. Atunci triunghiurile COM și CHN sunt asemenea, iar prin calcul obținem că $HN = \frac{25}{4}$ cm și $MN = \frac{5}{4}$ cm.	**2p**
	Aplicăm succesiv teorema lui Pitagora în triunghiurile dreptunghice PHN, respectiv PNM și găsim $PM = \frac{5\sqrt{11}}{2}$ cm.	**2p**