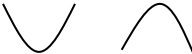


## Graficul functiei de gradul al doilea

Fie  $f(x) = ax^2 + bx + c$ , o functie de gradul II

- graficul se numeste *parabola*. 

Parabola este orientata in sus, daca  $a > 0$  si este orientata in jos, daca  $a < 0$ .

- **intersectia cu axa OX** : rezolv ecuatia de gradul II,  $ax^2 + bx + c = 0$ . Solutiile  $x_1$  si  $x_2$  reprezinta punctele de intersectie cu axa OX
- **Intersectia cu axa OY** : inlocuiesc  $x$  cu 0 ; calculez  $f(0)$ .
- **Varful parabolei** este dat de formula  $V\left(\frac{-b}{2a}, \frac{-\Delta}{4a}\right)$

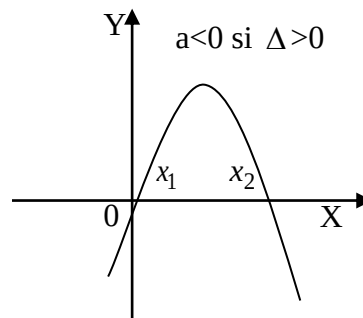
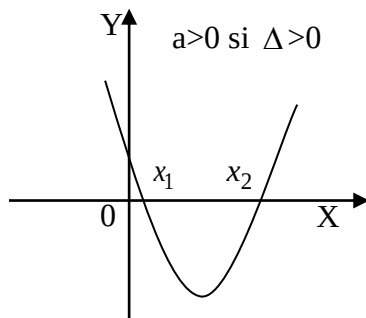
Obs !  $\frac{-b}{2a}$  se numeste abscisa varfului iar  $\frac{-\Delta}{4a}$  se numeste ordonata.

Varful V este punctul de minim daca  $a > 0$  si punct de maxim daca  $a < 0$  ; deci, maximul(minimul)

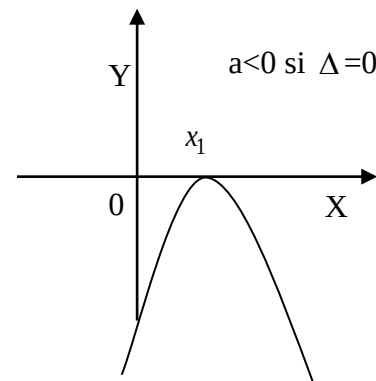
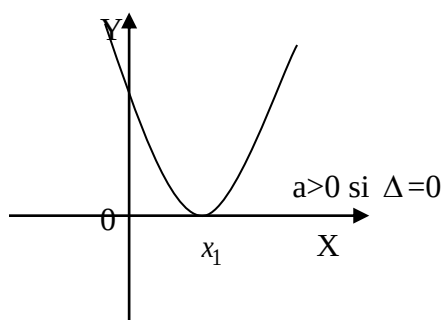
functiei de grad II este  $= \frac{-\Delta}{4a}$ , iar acesta se atinge in punctul  $\frac{-b}{2a}$

Obs. In functie de numarul de radacini, graficul poate intersecta axa OX astfel :

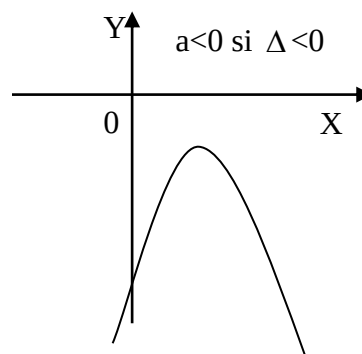
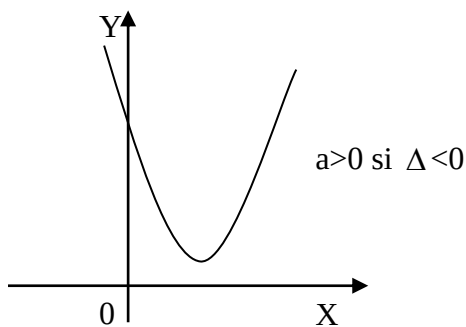
a) daca  $\Delta > 0$ , avem 2 solutii, deci graficul intersecteaza OX in 2 puncte.



b) daca  $\Delta = 0$ , avem doua solutii egale, deci graficul intersecteaza OX intr-un singur punct. In acest caz, varful V este pe axa OX si spunem ca graficul este tangent axei OX ( tangent= intersecteaza graficul intr-un singur punct)



c) Dacă  $\Delta < 0$ , ecuația nu are nicio soluție, deci graficul nu intersectează axa OX. Este situat deasupra axei, dacă  $a > 0$  sau dedesubt, dacă  $a < 0$ .



Exerc : 1) Determinați  $m$ , astfel încât graficul lui  $f(x) = mx^2 - 3x + 4$  să fie tangent axei OX.

Graficul este tangent axei OX, dacă avem doar o singură soluție, deci  $\Delta = 0$   
 $a = m$ ,  $b = -3$ ,  $c = 4$

$$\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c = (-3)^2 - 4 \cdot m \cdot 4 = 9 - 16m$$

$$\Delta = 0, \text{ deci } 9 - 16m = 0, \text{ deci } 9 = 16m, \text{ de unde } m = \frac{9}{16}.$$

Exerc : 2) Determinați  $m$ , astfel încât graficul lui  $f(x) = x^2 - mx + 4$  să fie situat deasupra axei OX.

Graficul nu intersectează axa OX, dacă nu avem soluții, deci  $\Delta < 0$ . Cum coeficientul lui  $x^2$  este 1, atunci parabola este orientată în sus, deci graficul este deasupra axei.

$$a = 1, b = -m, c = 4$$

$$\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c = m^2 - 16, \text{ de unde } m^2 - 16 < 0. \text{ inecuație de gradul II}$$

Rezolv ecuația  $m^2 - 16 = 0$ , cu soluțiile 4 și -4, deci din tabelul de semn,  $m \in (-4, 4)$

|          |              |    |                 |           |              |
|----------|--------------|----|-----------------|-----------|--------------|
| x        | $-\infty$    | -4 | 4               | $+\infty$ |              |
| $m^2-16$ | +++++        | 0  | -----           | 0         | +++++        |
|          | Semnul lui a |    | semn opus lui a |           | Semnul lui a |

Exerc 3) Determinați  $m$ , astfel încât graficul lui  $f(x) = mx^2 - 3x + 4$  să fie deasupra axei OX.

Graficul nu intersectează axa OX, dacă nu avem soluții, deci  $\Delta < 0$ . (condiția 1)

Mai trebuie ca coeficientul lui  $x^2$  să fie  $> 0$ , deci  $m > 0$ . (condiția 2)

$$a = m, b = -3, c = 4$$

$$\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c = (-3)^2 - 4 \cdot m \cdot 4 = 9 - 16m, < 0 \text{ deci } \frac{9}{16} < m, \text{ adică } m > \frac{9}{16}$$

din condiția 1 și 2, se obține ca  $m > \frac{9}{16}$ , deci  $m \in \left(\frac{9}{16}, +\infty\right)$ .

Exerc 4) Determinati  $m$ , astfel incat minimul functiei  $f(x) = mx^2 - 3x + 4$ , sa fie egal cu -1.

Minimul functiei este atins in varful parabolei,  $V\left(\frac{-b}{2a}, \frac{-\Delta}{4a}\right)$ , deci  $\frac{-\Delta}{4a} = -1$ .

$$a = m, b = -3, c = 4$$

$$\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c = (-3)^2 - 4 \cdot m \cdot 4 = 9 - 16m.$$

$$\frac{-\Delta}{4a} = \frac{-(9-16m)}{4m} = -1, \text{ de unde } \frac{16m-9}{4m} = -1, 16m-9 = -4m, \text{ deci } 20m=9, m = \frac{9}{20}$$

Exerc 5)  $m = ?$  astfel incat graficul functiei  $f(x) = x^2 - (m+2)x + m+1$  intersecteaza axa OX.

Graficul se afla intersecteaza axa OX, daca ecuatia  $x^2 - (m+2)x + m+1 = 0$  are solutii reale, adica  $\Delta \geq 0$ .

Identificam coeficientii :  $a = 1, b = -(m+2), c = m+1$  ;

$$\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c = [-(m+2)]^2 - 4 \cdot 1 \cdot (m+1) = m^2 + 4m + 4 - 4m - 4 = m^2$$

$$\text{Dar } m^2 \geq 0 \Rightarrow m \in (-\infty, +\infty)$$

$$\text{Observatie !! } (x+y)^2 = x^2 + 2 \cdot x \cdot y + y^2$$

$$(x-y)^2 = x^2 - 2 \cdot x \cdot y + y^2$$

Tema

1.  $f(x) = x^2 - mx + m - 1$  ;  $m = ?$  daca graficul lui  $f$  este tangent axei OX.

2.  $m = ?$  daca minimul functiei  $f(x) = x^2 - mx + m - 1$  este  $-\frac{1}{4}$

3.  $f(x) = x^2 - (2m+1)x + 3$ .  $m = ?$  daca graficul are abscisa varfului  $\frac{7}{2}$

4. Aratati ca parabola  $f(x) = x^2 - 2mx + m^2 + 1$  este deasupra axei OX.

5.  $f(x) = x^2 + 4x - 5$ . Scrieti coordonatele varfului.

6.  $f(x) = x^2 - 3x + 1$  ;  $m = ?$  astfel incat  $A(m, -1) \in$  (apartine) graficului.

7. Determinati  $m$ , astfel incat ecuatia  $x^2 - 2x + 1 + m^2 = 0$  nu are solutii reale.